

副油箱从机翼分离流场的数值模拟*

张 军¹ 谭俊杰² 任登凤^{2**}

1. 南京航空航天大学航空宇航学院, 南京 210016; 2. 南京理工大学动力工程学院, 南京 210094

摘要 采用非结构网格的方法对含有动边界的流场进行数值模拟, 非结构动网格的生成采用了改进的弹簧方法和局部网格重新生成相结合的方法, 在网格局部重新生成时, 采用了阵面推进方法. 以基于格心的有限体积法为基础, 空间二阶精度, 网格单元边界处守恒量通量的计算采用 Hanel 方法. 分别采用四阶 Runge-Kutta 方法、GMRES 方法求解基于 ALE 形式的 Euler 方程对振动的 NACA0012 翼型绕流进行了计算, 两种方法都是可行的, 其中 GMRES 隐式方法计算的结果与文献中结果以及实验结果吻合较好. 对副油箱从机翼分离的过程进行模拟, 给出的副油箱运动趋势和风洞实验结果相吻合.

关键词 非结构网格 动网格 Runge-Kutta 方法 GMRES 方法

在实际工程问题中, 常常会出现物理边界发生运动的情况. 副油箱与机翼的分离是含有运动物体的非常复杂流动典型例子. 在投放副油箱的过程中, 由于相互干扰可能导致副油箱撞击飞行器, 对飞行器的安全飞行构成威胁, 所以对含动边界的非定常流场进行数值模拟在实际中有重要的意义. 如何对含动边界非定常流场进行有效的数值模拟已成为当今世界计算流体力学研究的热点之一.

国外已对含动边界流场的数值模拟进行了比较深入的研究. 如: Hassan 等^[1]采用 Delaunay 方法及自动生成节点方法模拟弹箭从飞机上发射问题; Lohner 等^[2]采用阵面推进方法对弹药飞片初始形成及后续的飞散全过程进行了研究; Luo 等^[3]采用广义极小残余方法 (general minimize RESidual algorithm, GMRES) 隐式方法对导弹从飞机分离的流场进行了数值模拟; Formaggia^[4]等采用有限元方法对外挂物分离问题进行研究. 国外还出现了一些可以对含动边界流场进行数值模拟的通用软件, 如

Fluent, Cobalt60^[5], NPARC^[6]等等.

国内对含动边界非定常流场的数值模拟还处于初步研究阶段, 耿继辉等对非结构动网格的生成进行了研究, 模拟了冲压加速弹丸运动以及激波与可运动物体的相互作用等含动边界流场的特性, 得到了有价值的结果^[7]; 周成刚¹⁾等采用双时间推进技术求解非定常 Euler 方程, 成功计算了采用 NACA0012, NACA64A010 为翼型的机翼在俯仰振动和变形运动中的气动力.

本文在生成非结构动网格时采用改进的弹簧方法和局部网格重新生成相结合的方法, 在网格局部重新生成时, 采用阵面推进方法. 本文以基于格心的有限体积法为基础, 网格单元边界处守恒量通量的计算采用 Hanel 方法, 采用了一种基于非结构网格的快速、无需存储矩阵的隐式方法即 GMRES 方法来求解 Euler 方程, 郭正对高精度格式的构造在每一时间步采用拟时间推进的方法来求解²⁾. 分别采用四阶 Runge-Kutta 方法、

2005-11-21 收稿, 2006-01-04 收修改稿

* 国家自然科学基金资助项目(批准编号: 10476011)

** 通讯作者, E-mail: rdf781204@163.com

1) 周成刚. 运动机翼流动场的 Euler 方程求解. 西北工业大学硕士论文. 西安, 2002

2) 郭 正. 包含运动边界的多体非定常流场数值模拟方法研究. 国防科技大学博士论文. 长沙, 2002

GMRES方法对振动的NACA0012翼型绕流进行计算,对副油箱从机翼分离的过程进行模拟,取得了较好的结果.

1 控制方程

对于一个运动的控制体,非定常可压缩基于ALE(Arbitrary Lagrangian Eulerian)描述形式的Euler方程可以采用如下的积分形式表示

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \mathbf{U} dV + \int_{\partial V} \mathbf{F} dA = 0, \quad (1)$$

式中 V 是运动的控制体体积, ∂V 是它的边界,守恒型变量 \mathbf{U} 和无粘矢量通量 \mathbf{F} 定义如(2)式所示

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho E \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} (u_n - u_w)\rho \\ (u_n - u_w)\rho u + pn_x \\ (u_n - u_w)\rho v + pn_y \\ (u_n - u_w)\rho w + pn_z \\ (u_n - u_w)\rho E + pn_w \end{pmatrix}, \quad (2)$$

式中 ρ , p , E 分别表示流体密度、压强、比总内能, u , v , w 分别表示流体的三个速度分量, \mathbf{n} 表示运动边界 ∂V 的单位外法线方向, n_x , n_y , n_z 是 \mathbf{n} 的三个分量,网格在外法线方向运动速度分量用 u_w 表示.当 $u_w = 0$ 时,对应于守恒型Euler方程;而 $u_w = u_n$ 时,对应于守恒型Lagrange方程. u_n , u_w 的定义如(3), (4)式所示

$$u_n = u_x n_x + v_x n_y + w_x n_z, \quad (3)$$

$$u_w = x_i n_i + y_i n_y + z_i n_z, \quad (4)$$

式中 x_i , y_i , z_i 分别表示网格速度 \dot{x} 在 x , y , z 方向的分量.状态方程

$$p = p(\rho, e) = (\gamma - 1) \left[\rho E - \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2 + w^2) \right]. \quad (5)$$

2 GMRES隐式方法

采用Euler隐式时间离散方法,控制方程在元素 i 上离散的形式如下:

$$V_i \frac{\Delta U_i^n}{\Delta t} = R_i^{n+1}, \quad (6)$$

其中 $R_i = - \sum_j \int_{A_{ij}} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dA$, R_i 是残差.

(6)式线性化后得到

$$\left(\frac{V_i}{\Delta t} I - \frac{\partial R_i^n}{\partial \mathbf{U}} \right) \Delta \mathbf{U}_i^n = R_i^n, \quad (7)$$

对于流场中所有网格单元,就要解形如

$$B \Delta \mathbf{U} = \mathbf{R} \quad (8)$$

的代数方程组.其中 $B = \frac{V}{\Delta t} I - \frac{\partial R^n}{\partial \mathbf{U}}$.

本文采用GMRES方法来求解方程组(8),注意到在求解的过程中要用到 $\frac{\partial R}{\partial \mathbf{U}}$,下面进行推导.

采用下面的简化近似通量函数

$$\mathbf{R}_i = \sum_j \frac{1}{2} [\mathbf{F}(\mathbf{U}_i, \mathbf{n}_{ij}) + \mathbf{F}(\mathbf{U}_j, \mathbf{n}_{ji}) - |\lambda_{ij}| (\mathbf{U}_j - \mathbf{U}_i)] |A_{ij}|, \quad (9)$$

$$|\lambda_{ij}| = |\mathbf{V}_{ij} \cdot \mathbf{n}_{ij}| + C_{ij}, \quad (10)$$

其中 \mathbf{n}_{ij} 是控制面上法向单位矢量, \mathbf{V}_{ij} 是速度矢量, C_{ij} 是音速.

$$\frac{\partial \mathbf{R}_i}{\partial \mathbf{U}_i} = \sum_j \frac{1}{2} [\mathbf{J}(\mathbf{U}_i, \mathbf{n}_{ij}) + |\lambda_{ij}| \mathbf{I}] |A_{ij}|, \quad (11)$$

$$\frac{\partial \mathbf{R}_i}{\partial \mathbf{U}_j} = \sum_j \frac{1}{2} [\mathbf{J}(\mathbf{U}_j, \mathbf{n}_{ji}) - |\lambda_{ij}| \mathbf{I}] |A_{ij}|, \quad (12)$$

(11), (12)式中, $\mathbf{J} = \partial \mathbf{F} / \partial \mathbf{U}$,表示无粘通量矢量的Jacobi矩阵; A 表示控制面的面积; \mathbf{I} 表示单位矩阵.我们做了这样的近似计算,如果存储Jacobi矩阵,将需要很大的内存,而且存储上、下三角阵所需的内存量将会达到总需求内存量的93%.为了避免存储上、下三角阵,将Jacobi矩阵和矢量增量的积用通量的增加量来代替.文献[3]指出:这种方法由Men'shov和Nakamura提出并用于结构网格,Sharov和Nakahashi^[6]将这种方法推广到非结构网格.矩阵矢量的积近似为

$$J\Delta U \approx \Delta F = F(U + \Delta U) - F(U). \quad (13)$$

经过上面的一些近似处理后, 这种 GMRES 隐式方法无需存储矩阵, 能够在非结构网格上快速求解可压缩的 Euler 方程.

采用 GMRES 方法求解方程的主要过程如下^[3]:

```

For  $l = 1, m$  do            $m$  restart iterations
   $v_0 = R - A\Delta U_0$       initial residual
   $r_0 := P^{-1}v_0$          preconditioning step
   $\beta := \|r_0\|_2$         initial residual norm
   $v_1 := r_0/\beta$          define initial Krylov
  For  $j = 1, k$  do         inner iterations
     $y_j := Av_j$            matrix-vector product
     $w_j := P^{-1}y_j$       preconditioning step
    For  $i = 1, j$  do       Gram-Schmidt step
       $h_{i,j} := (w_j, v_i)$ 
       $w_j = w_j - h_{i,j}v_i$ 
    EndDo;
     $h_{j+1,j} := \|w_j\|_2$            (14)
     $v_{j+1} := w_j/h_{j+1,j}$        define Krylov vector
  EndDo
   $z := \min_z \| \beta e_1 - Hz \|_2$  least squares solve
   $\Delta U := \Delta U_0 + \sum_{i=1}^m v_i z_i$  approximate solution
  if  $\| \beta e_1 - Hz \|_2 \leq \epsilon$  exit convergence check
   $\Delta U_0 := \Delta U$           restart
EndDo
    
```

上述过程中 P 是预处理矩阵, 本文中取为单位阵. GMRES 方法也会增加内存, 主要用来存储正交向量组, 需要的内存量是 $(k+2) \cdot \text{neqns} \cdot \text{nelem}$, k 向量组的个数, 本文中 k 取为 10, neqns 是方程个数 (neqns = 4, 二维; neqns = 5, 三维), nelem 是控制体的个数, 由于本文采用的是格心法, nelem 就是四面体的总数.

一般情况下, 在动网格上进行数值计算需要强行满足几何守恒律 (geometric conservation law, GCL). 也就是说, 如果初始流场是均匀的, 在网格运动情况下, 数值方法要满足保持流场均匀流动要求, 和网格的运动无关. 大量的算例表明^[8]: 满足 GCL 能够大大改进数值计算时的时间精度. 本文在计算时也满足 GCL, 参考文献[3].

3 算例及分析

算例 1: NACA0012 翼型振动问题. 为了验证程序的可靠性, 本文分别采用 Runge-Kutta 和 GMRES 方法对绕 1/4 弦作俯仰振动的 NACA0012 翼型绕流问题进行计算. 本文采用求解三维 Euler 方程的方法来计算二维 NACA0012 翼型绕流问题. 翼展两端采用固壁边界条件, 其他外边界采用无反射边界条件, 翼的展弦比为 4.0. 攻角 $\alpha(t)$ 的变化规律是 $\alpha(t) = \alpha_m + \alpha_0 \sin(\omega t)$, 式中, 攻角的平均值 $\alpha_m = 0.016^\circ$, 振幅 $\alpha_0 = 2.51^\circ$. 无量纲角频率 $\kappa = \frac{\omega c}{2U_\infty}$, c 表示弦长, U_∞ 表示自由来流的速度. 来流 Mach 数 $M_\infty = 0.755$. 采用 GMRES 隐式方法进行数值模拟时, 周期 $T = 38.5944$, 时间步长 $\Delta t = 0.6030375$, 即把一个周期分为 64 个时间步长, 计算了 4 个周期. 图 1(a), (b) 分别为升力系数、俯仰力矩系数随攻角变化, 计算结果计算值及引用的实验结果与文献[3]接近, 说明采用本文的方法对含动边界流场的数值模拟结果是可行的.

算例 2: 副油箱从机翼分离问题. 副油箱从飞机机翼分离的过程是很复杂的, 将其外形全部模拟, 计算机内存难以支持. 本文在对这一过程进行数值模拟的时候进行了适当简化, 只考虑了机翼和副油箱之间的相互干扰, 没有考虑机身及其他外挂物的影响. 在实验时, 副油箱和机翼的外挂架是平行安装的. 投放过程中, 机身产生的侧向流动会对副油箱的气动力特性产生影响, 为了尽量模拟这一影响, 在初始流场中假设副油箱有一定的初始侧滑角, 根据经验, 本文取为 1° . 给定初始侧滑角另一个原因是: 由于副油箱有了初始的位移, 在实验中, 副油箱已经产生了侧滑角. 为了能够生成初始网格, 根据实验中得到的经验, 假设副油箱在 Y 轴负方向已经运动了 0.5 倍副油箱直径的距离. 来流 $M_\infty = 0.7$, 攻角 $\alpha = 6^\circ$, 翼根处的边界采用对称边界条件, 其他边界采用无反射边界条件. 先采用 LU-SGS 方法将流场计算收敛, 然后再采用 GMRES 方法对这一非定常过程进行数值模拟.

计算结果如图 2, 3 所示. 图 2(a), (b) 分别给出初速 $v_0 = 2 \text{ m/s}$ 和 $v_0 = 10 \text{ m/s}$ 时 X, Y, Z 方向的位移随时间变化曲线. 从图中可以看出: 随着时

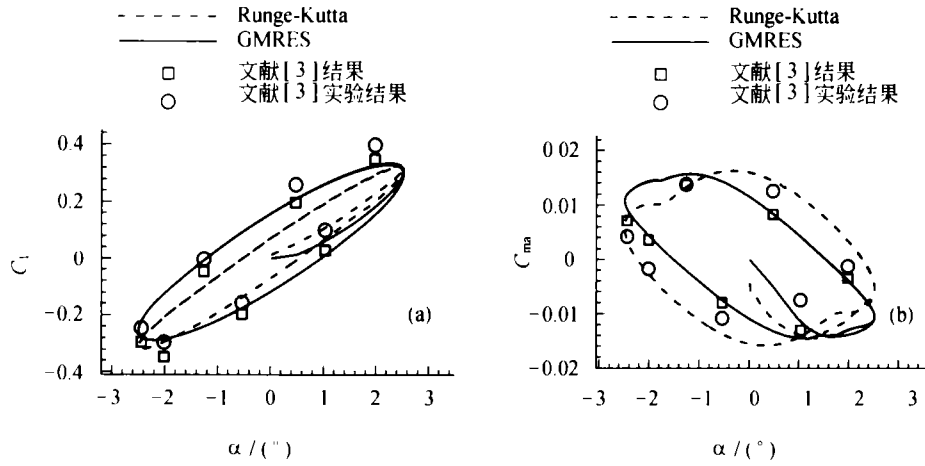


图1 NACA0012翼型振动问题

(a) 升力系数随攻角的变化; (b) 俯仰力矩系数随攻角的变化

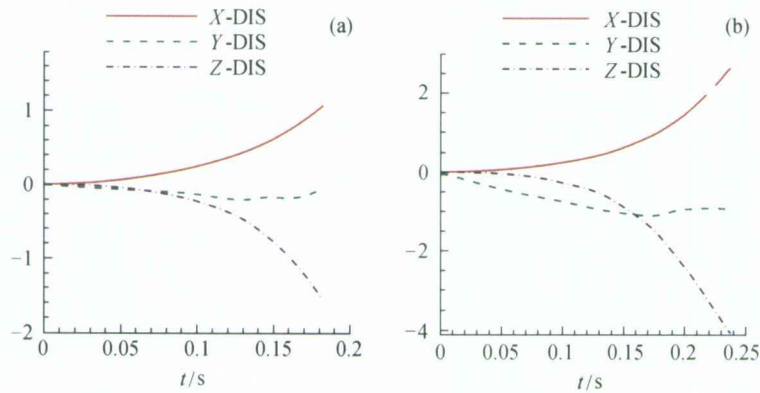


图2 副油箱在 X, Y, Z 方向的位移随时间变化曲线

(a) $v_0 = 2 \text{ m/s}$; (b) $v_0 = 10 \text{ m/s}$

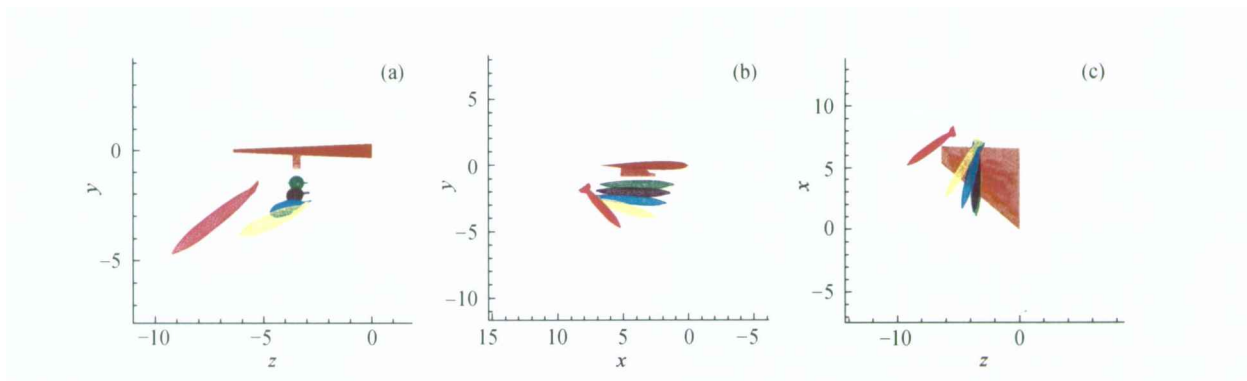


图3 副油箱飞行姿态的变化

(a) 主视图; (b) 侧视图; (c) 仰视图

红色表示机翼, 绿、蓝、青、黄、紫 5 种颜色分别表示副油箱在 $t=0, 0.0588, 0.1176, 0.176, 0.235 \text{ s}$ 时的飞行姿态

间的增加,在 X , Z 方向位移变化曲线的斜率绝对值越来越大,说明在这两个方向上物体的加速度大于0,物体在作加速运动.在 Y 方向上 $t=0$ 时,副油箱具有初始速度,由于“升力”的存在,使曲线斜率的绝对值越来越小,说明物体的加速度小于0,物体作减速运动.从图2(a),(b)还可以发现:当弹射速度比较小时,在“升力”的作用下,物体在 Y 方向的速度很快会减到0,并且会继续向上运动,在这种情况下,较容易发生副油箱和机翼相碰撞现象;弹射速度越大,越有利于副油箱尽早摆脱机翼对其气动力的影响,从而实现安全分离,这和实际情况相吻合.

图3给出副油箱初速 $v_0=10\text{ m/s}$ 条件下飞行姿态变化的主视图、侧视图、仰视图.从这图中可以看出副油箱飞行的轨迹及飞行姿态的变化.图中5个姿态分别对应 $t=0, 0.0588, 0.1176, 0.176, 0.235\text{ s}$ 五个时刻.当 $t=0.235\text{ s}$ 时,机翼流场对副油箱的影响已经很弱了,可以肯定副油箱已经安全分离.

4 结论

作为对本文方法的验证,分别采用四阶Runge-Kutta方法、GMRES方法对振动的NACA0012翼型绕流进行了计算.GMRES隐式方法计算的结果与文献中结果以及实验结果吻合较好,这说明本文研究的GMRES隐式方法用于模拟非定常问题是可

行的.通过对副油箱从机翼分离过程的模拟所得结果的分析表明:计算所得的副油箱运动规律和风洞实验结果相吻合.

参 考 文 献

- 1 Hassan O, Probert E J, Morgan K. Unstructured mesh procedures for the simulation for three-dimensional transient compressible inviscid flows with moving boundary components. *Int J for Numerical Methods in Fluids*, 1998, 27: 41-55
- 2 Lohner R C, Baum J D, Luo H. The numerical simulation of strongly unsteady flow with hundreds of moving bodies. *Int J Numer Methods Fluids*, 1999, 31: 113-120
- 3 Luo H, Baum J D, Lohner R. A fast, matrix-free implicit method for compressible flows on unstructured grids. *Journal of Computational Physics*, 1998, 146: 664-690
- 4 Formaggia L, Peraire J, Morgan K. Simulation of a store separation using the finite element method. *Appl Math Modeling*, 1998, 12: 175-181
- 5 Tomaro R F, Witzeman F C, Strang W Z. A solution on the F-18C for store separation simulation using cobalt60. *AIAA-99-0122*, 1999
- 6 John W S. A moving grid capability for NPARC. *AIAA-98-0955*, 1998
- 7 耿继辉, 吴德红, 吴慧中. 含运动物体流场计算的自适应非结构二维网格生成方法. *计算物理*, 2002, 19(6): 493-500
- 8 Koobus B, Farhat C. Second-order time-accurate and geometrically conservative implicit schemes for flow computations on unstructured dynamic meshes. *AIAA 98-0113*, 1998